



RESIDUAL BOOTSTRAP RESAMPLING METHOD FOR MULTIPLE LINEAR REGRESSION MODEL PARAMETER ESTIMATION

Fajar Prihatmono¹, Mob Yamin Darsyah², Abdul Karim³

¹BPJS Ketenagakerjaan.

^{2,3}UIN Walisongo Semarang.

* Correspondence: E-mail:fajarprihatmono@gmail.com

ABSTRACTS

The Ordinary Least Square (OLS) method is a standard method for estimating parameter values for simple linear and multiple linear regression models. Bootstrap resampling method is divided into 2, the residual bootstrap resampling method and bootstrap pairs. This study aims to estimate the value of the regression parameters using the residual bootstrap resampling method to analyse the effect of school participation rates, percentage of junior high school graduates, households with access to clean water, labour force participation rates, open unemployment rates, and GRDP on the Human Development Index in Central Java Province 2018. The results of the analysis using the standard method cannot be used because the assumptions are not met. As an alternative the residual bootstrap resampling method is used. Based on the analysis carried out, obtained a residual bootstrap resampling method that has a smaller standard error is $se[\hat{\beta}_0]^* = 4.84324491$, $se[\hat{\beta}_1]^* = 0.04579879$, $se[\hat{\beta}_2]^* = 0.05217101$. From the results of comparison using MSE it is known that the smallest MSE value using $B = 2000$. Therefore, it can be concluded that the resampling method of residual bootstrap is the right and best by using sample size 35 with $B = 2000$.

ABSTRAK

Metode kuadrat terkecil (Ordinary Least Square/OLS) merupakan metode standar untuk mengestimasi nilai parameter model regresi linear sederhana maupun linier berganda. Penelitian ini bertujuan menduga nilai parameter regresi menggunakan metode resampling bootstrap residual untuk analisis pengaruh angka partisipasi sekolah, persentase tamat SMP, Rumah Tangga dengan akses Air Bersih, Tingkat partisipasi Angkatan Kerja, Tingkat Pengangguran Terbuka, dan PDRB terhadap Indeks Pembangunan Manusia di provinsi Jawa Tengah Tahun 2018. Data diambil dari data sekunder yang diambil dari publikasi digital BPS Provinsi Jawa Tengah <https://jateng.bps.go.id/> dan publikasi buku Badan Pusat Statistika (BPS) Provinsi Jawa Tengah. Hasil analisis menggunakan metode standar tidak dapat digunakan karena asumsi tidak terpenuhi. Sebagai alternatif digunakan metode resampling bootstrap residual. Berdasarkan analisis yang dilakukan metode resampling bootstrap residual, memperoleh standar error yang lebih kecil yakni $se[\hat{\beta}_0]^* = 4.84324491$, $se[\hat{\beta}_1]^* = 0.04579879$, $se[\hat{\beta}_2]^* = 0.05217101$. Dari hasil perbandingan menggunakan MSE diketahui bahwa nilai MSE terkecil dengan menggunakan $B = 2000$. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa metode resampling bootstrap residual yang tepat dan terbaik dengan menggunakan ukuran sample 35 dengan $B=2000$.

ARTICLE INFO

Article History:

Received 08 Oct 2020

Revised 16 Oct 2020

Accepted 16 Oct 2020

Available online 18 Oct 2020

Keyword:

Resampling,

Bootstrap,

Residual,

MSE

Keyword:

Resampling

Bootstrap,

Residual,

MSE

1. PENDAHULUAN

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia (masyarakat atau penduduk). IPM juga dapat menentukan peringkat atau level pembangunan suatu wilayah atau Negara. Bagi Indonesia IPM merupakan data strategis karena selain sebagai ukuran kinerja pemerintah, IPM juga digunakan sebagai salah satu alokator penentuan Dana Alokasi Umum (DAU). IPM dibangun dengan pendekatan tiga dimensi dasar, dimensi tersebut mencakup umur panjang dan sehat, pengetahuan, dan kehidupan yang layak. Ketiga dimensi tersebut memiliki pengertian sangat luas karena terkait dengan banyak faktor. Untuk mengukur dimensi kesehatan digunakan Angka Harapan Hidup waktu lahir, selanjutnya untuk mengukur dimensi pengetahuan digunakan gabungan indikator Rata-rata lama sekolah dan Harapan lama sekolah. Adapaun untuk mengukur harapan hidup layak digunakan indikator kemampuan daya beli masyarakat terhadap sejumlah kebutuhan pokok makan dan bukan makanan, yang dilihat dari rata-rata besarnya pengeluaran per kapita sebagai pendekatan pendapatan yang mewakili capaian pembangunan untuk hidup layak.

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Tengah naik 0,6 persen menjadi 71,12 pada tahun 2018. Sebelumnya, IPM Jawa Tengah adalah 70,52 persen, capaian IPM ini termasuk tinggi sejak tahun 2017 yakni melebihi 70 persen. Pada periode 2010-2016, IPM Jawa Tengah masih tergolong rendah atau berkutat di angka 60-an persen. IPM Jateng lebih tinggi dibanding Jawa Timur yang masih berada di 70,77 persen. Bahkan IPM Jawa Tengah hampir setara level nasional yaitu 71,39 persen. Tetapi angka IPM paling tinggi yaitu masih di DKI Jakarta dengan 80,47 persen atau masuk dalam kategori sangat tinggi. Posisi selanjutnya, DI Yogyakarta dengan IPM sebesar 79,53 persen kemudian Banten 71,95 persen, Jawa Barat 71,30 persen, dan Jawa Tengah di posisi kelima.

Berdasarkan uraian di atas metode statistika yang digunakan adalah analisis regresi, Analisis regresi yaitu metode untuk menentukan hubungan sebab akibat antara satu

variabel dengan variabel yang lain dalam bentuk model matematika. Pada dasarnya regresi terbagi menjadi 2 macam yaitu regresi linear dan regresi non linear. Metode yang dipakai untuk permasalahan, yakni dengan mencari model yang terbaik untuk menggambarkan hubungan sebab akibat adalah metode kuadrat terkecil (Ordinary Least Square (OLS). Estimator yang didapat dengan menggunakan metode OLS merupakan estimator tak bias. Hal tersebut hanya berlaku jika asumsi-asumsi dasar dari metode kuadrat terkecil terpenuhi. Asumsi tersebut sulit dipenuhi sehingga metode OLS tidak dapat diterapkan. Untuk mengatasi hal tersebut metode resampling dapat diterapkan dengan bekerja tanpa membutuhkan asumsi, karena sampel asli digunakan sebagai populasi (Sahinler dan Topuz, 2007). Dalam Sahinler dan Topuz (2007), Efron menyatakan bahwa Bootstrap adalah teknik resampling non parametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi standard error dan interval konfidensi dari parameter populasi seperti mean, rasio, median, proporsi, koefisien korelasi atau koefisien regresi tanpa menggunakan asumsi distribusi tersebut. Prosedur Bootstrap untuk regresi linear dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu Bootstrap Residual dan Bootstrap Pairs data terhadap estimasi model dari sampel asli.

Banyak penelitian yang dilakukan untuk membandingkan metode resampling terbaik misalnya metode resampling bootstrap dan metode resampling jackknife. Akan tetapi banyak diantaranya yang hanya menggunakan metode resampling bootstrap residual sebagai pembanding metode resampling jackknife tanpa membandingkan terlebih dahulu mana metode yang terbaik diantara metode resampling bootstrap residual dan metode resampling bootstrap pairs. Dalam Penelitian ini untuk mendapatkan metode yang paling baik dicari standar error dari metode kuadrat terkecil dan resampling bootstrap residual. Standard error akan dijadikan sarana untuk menunjukkan metode mana yang lebih akurat. Standard error yang kecil akan mengakibatkan interval konfidensi yang sempit.

Dalam penelitian ini studi kasus yang akan digunakan adalah untuk mengetahui faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) menggunakan metode

Resampling Bootstrap Residual untuk estimasi parameter model Regresi Linier Berganda.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Analisis Regresi Berganda dengan Metode Ordinary Least Square

Metode Ordinary Least Square (OLS) atau sering disebut metode kuadrat terkecil adalah metode yang bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat (Sum Square Error).

Persamaan umum regresi linier berganda dengan metode kuadrat terkecil adalah:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon_i$$

Dengan

\hat{Y} : nilai ramalan atau prediksi dari peubah atau variabel tak bebas (respon)

X_i : nilai pengamatan dari variabel bebas (prediktor), dengan $i = 1, 2, \dots, n$

β_0 : intersep atau konstanta

β_i : slope atau koefisien kemiringan model regresi, dengan $i = 1, 2, \dots, n$

ε_i : variabel kesalahan (galat)

Pada analisis regresi berganda dengan metode OLS terdapat prosedur yang harus dilakukan yaitu :

a. Mencari persamaan regresi

Pada analisis regresi berganda yang pertama harus dilakukan adalah mencari persamaannya terlebih dahulu dengan memasukkan variabel Y sebagai variabel dependen dan variabel X sebagai variabel independen.

b. Uji Sign. F

Selanjutnya melakukan uji signifikansi regresi (Uji F), dilakukan untuk mengetahui apakah ada variabel independen yang berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen secara serentak (simultan).

Menurut Ghozali (2009), uji statistik F menunjukkan apakah semua variabel independen atau bebas yang dimasukkan dalam model mempunyai pengaruh secara bersama-sama terhadap variabel dependen atau terikat. Uji statistik F digunakan untuk mengetahui pengaruh semua variabel independen yang dimasukkan dalam model

regresi secara bersama-sama terhadap variabel dependen yang diuji pada tingkat signifikan 0,05.

a.) Hipotesis:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

(semua parameter secara simultan sama dengan nol)

$$H_1: \beta_k \neq 0, \text{ unurut suatu } k \in (1, 2, \dots, p)$$

(minimal ada satu parameter secara simultan tidak sama dengan nol)

b.) Statistik uji :

$$F_{hitung} = \frac{\frac{ESS}{p-1}}{\frac{TSS}{n-p}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad \text{dan}$$

$$\text{nilai } F_{tabel} = F_{(\alpha; (p-1, n-p))} \quad (2.2)$$

Dengan ESS adalah *Explained Sum of Squares*, TSS adalah *Total Sum of Squares*, n = jumlah observasi dan p = jumlah variabel independen.

c.) Aturan pengambilan keputusan :

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau dengan $p - value < \alpha$.

Dikatakan memenuhi uji statistik F apabila H_0 ditolak yang artinya minimal ada satu parameter secara simultan tidak sama dengan nol dengan kata lain semua variabel independen secara simultan berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen.

c. Uji Sign. T

Setelah dilakukan uji signifikansi secara serentak (simultan) maka selanjutnya melakukan uji signifikansi secara individu (parsial) dengan melakukan uji signifikansi regresi (uji t).

Uji statistik t menunjukkan seberapa jauh pengaruh satu variabel penjelas atau independen secara individual dalam menerangkan variasi variabel dependen dan digunakan untuk mengetahui ada atau

tidaknya pengaruh masing-masing variabel independen secara individual terhadap variabel dependen yang diuji pada tingkat signifikansi 0,05 Ghozali (2009)

a.) Hipotesis:

$H_0: \beta_k = 0$ (parameter suatu variabel sama dengan nol)

$H_1: \beta_k \neq 0$ (parameter suatu variabel tidak sama dengan nol)

b.) Statistik uji :

$$t_{hitung} = \frac{\beta_k}{se(\beta_k)} \quad \text{dan} \quad \text{nilai} \quad t_{tabel} = t_{(\alpha;n-p)} \quad (2.3)$$

Dengan n = ukuran sampel dan p = banyaknya variabel independen.

c.) Aturan pengambilan keputusan:

H_0 ditolak jika $t_{hitung} > t_{tabel}$ atau dengan $p - value < \alpha$.

d.) Dikatakan memenuhi uji statistik t apabila H_0 ditolak yang artinya parameter suatu variabel tidak sama dengan nol dengan kata lain x_k , untuk suatu indeks k berpengaruh signifikan terhadap y .

2.2. Metode Resampling Bootstrap residual

Apabila regresor adalah variabel yang fix, metode bootstrap yang dipakai adalah dengan melakukan resampling pada residual (hasil bentukan model OLS, pada sampel). Residual dalam regresi artinya selisih nilai antara Y sebenarnya dengan Y estimasi (\hat{Y}). Dari nilai residual ini selanjutnya diestimasi parameter model regresi. Proses ini dilakukan berulang sampai sebanyak B kali.

2.3. Bootstrap Resampling Residual untuk Mengestimasi Parameter Model Regresi Linear

Dimisalkan sebuah model regresi linear dengan variabel dependen y dan variabel independen x_k untuk $k = 1, 2, \dots, p$. Apabila variabel independen bersifat tetap maka digunakan *resampling* residual. Kemudian diambil sampel *random* berukuran n untuk data berpasangan yang dapat ditulis sebagai :

$w_i = (y_i, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$. Karena ukuran sampel yang diambil n , maka akan diperoleh observasi w_1, w_2, w_n . Estimasi koefisien regresi dilakukan berdasar sampel asli dengan metode kuadrat terkecil diperoleh :

$$\hat{\beta} = (x^T x)^{-1} x^T y$$

Dengan

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{p1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{pn} \end{bmatrix}$$

Berdasarkan estimasi tersebut dapat ditentukan model fit untuk persamaan

regresi, yaitu

$$\hat{y} = x\hat{\beta}$$

Setelah itu masing-masing observasi dapat dihitung nilai residualnya, yaitu dengan rumus $e_i = y_i - \hat{y}_i$ untuk $i=1, 2, \dots, n$ diperoleh $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$. Kemudian diberikan distribusi empiris pada data residual, yaitu dengan memberikan probabilitas $\frac{1}{n}$ untuk setiap data. *Resampling* dilakukan pada data residual dengan mengambil sampel berukuran n dari data residual dengan pengembalian. Hal ini berarti bahwa setiap data dapat muncul lebih dari satu kali. Proses ini diulang sebanyak B kali, akan diperoleh $e^{*1}, e^{*2}, \dots, e^{*B}$. Dipandang sampel pertama, $e^{*1} = (e_1^{*1}, e_2^{*1}, \dots, e_n^{*1})'$, dapat dihitung nilai *bootstrap* untuk y , yaitu:

$$y^{*1} = x\hat{\beta} + e^{*1}$$

Untuk B sampel yang akan diperoleh y^{*b} dengan $b= 1, 2, \dots, B$. Estimasi koefisien regresi dengan metode kuadrat terkecil berdasarkan sampel *bootstrap* adalah :

$$\hat{\beta} = (x^T x)^{-1} x^T y^{*b}$$

Untuk $b = 1, 2, \dots, B$ dengan,

$$\hat{\beta}^{*b} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0^{*b} \\ \hat{\beta}_1^{*b} \\ \hat{\beta}_2^{*b} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p^{*b} \end{bmatrix}, y^{*b} = \begin{bmatrix} y_1^{*b} \\ y_2^{*b} \\ \vdots \\ y_n^{*b} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{p1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{pn} \end{bmatrix}$$

Dengan memberikan distribusi empiris untuk β^{*b} , maka pendekatan *bootstrap* untuk estimasi koefisien regresi merupakan mean dari distribusi empiris tersebut, yaitu :

$$\hat{\beta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\beta}^{*b}$$

Hasil estimasi pada persamaan digunakan untuk mengestimasi koefisien regresi, sehingga diperoleh pendekatan *bootstrap* untuk estimasi model regresi linear dapat dinyatakan sebagai $\hat{y} = \hat{\beta}^*$

Prosedur pendekatan *bootstrap* untuk regresi berdasarkan pada *resampling* residual menurut Sahinler dan Topuz (2007) dituliskan sebagai berikut :

1. Menentukan fit model regresi berdasarkan pada sampel asli dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, \hat{y} .
2. Menghitung nilai dari residual $e_i = y_i - \hat{y}_i$, diperoleh (e_1, e_2, \dots, e_n)
3. Mengambil sampel *bootstrap* berukuran n dari e_1, e_2, \dots, e_n dengan pengembalian, misalkan diperoleh sampel *bootstrap* pertama $e^{*1} = (e_1^{*1}, e_2^{*1}, \dots, e_n^{*1})^T$
4. Menghitung nilai *bootstrap* y dengan menambahkan e^{*i} pada fit model regresi $y^{*1} = \hat{\beta}_x + e^i$
5. Diperoleh estimasi metode kuadrat terkecil untuk sampel *bootstrap* yang pertama $\hat{\beta}^{*1} = (x^T x)^{-1} x^T y^{*1}$
6. Proses di atas dilakukan sebanyak B kali, diperoleh $\hat{\beta}^{*1}, \hat{\beta}^{*2}, \dots, \hat{\beta}^{*B}$
7. Dikonstruksikan distribusi empiris untuk $\hat{\beta}^{*1}, \hat{\beta}^{*2}, \dots, \hat{\beta}^{*B}$ yaitu \hat{F}^*
8. Pendekatan *bootstrap* untuk menduga koefisien regresi linear merupakan mean dari distribusi empiris yaitu :

$$\hat{\beta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\beta}^{*b}$$

3. METODE PENELITIAN

3.1. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data untuk penelitian ini adalah menggunakan data sekunder yang diambil dari publikasi digital BPS Provinsi Jawa Tengah <https://jateng.bps.go.id/> dan publikasi buku Badan Pusat Statistika (BPS) Provinsi Jawa Tengah.

3.2. Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah satu variabel *dependent* (Y) dan delapan variabel *independent* (X) sebagaimana yang dijelaskan pada Tabel 3.1, adalah sebagai berikut :

Tabel 3.1 Variabel penelitian

Variabel	Notasi
Indek Pembangunan Manusia	Y
Angka Partisipasi Sekolah	X ₁
Persentase Tamat SMP	X ₂
Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih	X ₃
Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja	X ₄
Tingkat Pengangguran Terbuka	X ₅
Produk Domestik Bruto	X ₆

3.3 Teknik Analisis Data

Adapun tahapan penelitian ini adalah sebagai berikut :

- a. Menentukan fit model regresi berdasarkan pada sampel asli dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, \hat{y} .
- b. Menghitung nilai dari residual $e_i = y_i - \hat{y}_i$, diperoleh (e_1, e_2, \dots, e_n)
- c. Mengambil sampel *bootstrap* berukuran n dari e_1, e_2, \dots, e_n dengan

pengembalian, misalkan diperoleh sampel *bootstrap* pertama

$$e^{*1} = (e_1^{*1}, e_2^{*1}, \dots, e_n^{*1})^T$$

- d. Menghitung nilai *bootstrap* y dengan menambahkan e^{*i} pada fit model regresi

$$y^{*1} = \hat{\beta}_x + e^i$$

- e. Diperoleh estimasi metode kuadrat terkecil untuk sampel *bootstrap* yang pertama

$$\hat{\beta}^{*1} = (x^T x)^{-1} x^T y^{*1}$$

Variabel	Koefisien Regresi (β)	Standar error	t_{hitung}	p -value
Konstanta	25,87940	20,16962	1,283	0,20998
X_1	0,29430	0,05775	5,096	2,13e-05
X_2	0,13638	0,20999	0,649	0,52134
X_3	0,19012	0,05890	3,228	0,00318
X_4	0,12631	0,22832	0,553	0,58450
X_5	0,16905	0,43459	0,389	0,70023
X_6	0,64059	0,72580	0,883	0,38469
R^2	= 0,5799			
F_{hitung}	= 8,821			
p -value	= 1,94e-05			

- f. Proses di atas dilakukan sebanyak B kali, diperoleh $\hat{\beta}^{*1}, \hat{\beta}^{*2}, \dots, \hat{\beta}^{*B}$
- g. Dikonstruksikan distribusi empiris untuk $\hat{\beta}^{*1}, \hat{\beta}^{*2}, \dots, \hat{\beta}^{*B}$ yaitu \hat{F}^*
- h. Pendekatan *bootstrap* untuk menduga koefisien regresi linear merupakan mean dari distribusi empiris yaitu :

$$\hat{\beta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\beta}^{*b}$$

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model Regresi Linear Berganda dengan Sampel Asli

Analisis dilakukan pada *software* R, hasil output terlampir pada Lampiran 3. Dari hasil output diperoleh nilai koefisien regresi, *standard error*, t_{hitung} dan p -value-nya, selain itu juga diperoleh nilai $Adj R^2$, F_{hitung} dan juga p -value. Sedangkan nilai *standard error* digunakan sebagai pembandingan hasil estimasi parameter model regresi linear berganda menggunakan metode *resampling* untuk menentukan model terbaik. Nilai R^2 diperoleh sebesar 0,5799 yang artinya sebesar 57,99% variabel independen dalam model mampu menerangkan variabel dependen, dan sisanya yaitu sebesar 100%-57,99% = 42,01% variabel dependen dipengaruhi variabel lain diluar model. Hasil output regresi linear berganda dapat disajikan menjadi ringkasan seperti sebagai berikut:

Ringkasan Hasil Model ke-1 Regresi Linear Berganda dengan Sampel Asli

Dari Tabel diatas diketahui bahwa terdapat 2 variabel independen yang memiliki p -value lebih dari α yaitu Angka Partisipasi Sekolah (X_1) dan variabel Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih (X_3) yang berarti bahwa variabel tersebut berpengaruh secara signifikan terhadap variabel IPM. Oleh sebab itu maka perlu dilakukan pembuatan model ke-2 regresi linear berganda dengan mengeluarkan variabel Persentase Tamat SMP (X_2), variabel Tingkat Partisipai Angkatan Kerja (X_4), Tingkat Pengangguran Terbuka (X_5) dan PDRB (X_6) karena tidak signifikan.

Pada model ke-2 terjadi peningkatan $Adj R^2$ yaitu diperoleh menjadi sebesar 0,6109 yang artinya sebesar 61,09% variabel independen dalam model mampu menerangkan variabel dependen, dan sisanya yaitu sebesar 100%-61,09%=38,91% variabel dependen dipengaruhi variabel lain diluar model. Sedangkan pada model ke-1 diperoleh $Adj R^2$ diperoleh sebesar 0,5799. Hasil output untuk model ke-2 regresi linear berganda sebagai berikut :

Ringkasan Hasil Model ke-2 Regresi Linear Berganda dengan Sampel Asli

Variabel	Koefisien Regresi (β)	Standard error	t_{hitung}	p -value
Konstanta	35,13954	5,16590	6,802	1,09e-07
X_1	0,28574	0,04886	5,848	1,69e-06
X_3	0,21135	0,05400	3,914	0,000446
R^2	= 0,6109			
F_{hitung}	= 27,69			
p -value	= 1,047e-07			

4.2 Estimasi Parameter Model Regresi Linear Berganda Menggunakan Metode Resampling Bootstrap Residual

Estimasi parameter model regresi linear berganda menggunakan metode *resampling bootstrap* residual pada penelitian ini dijalankan secara komputasi menggunakan software R console. Output yang akan dihasilkan berupa nilai estimasi parameter regresi linear berganda menggunakan metode *resampling bootstrap* residual, nilai *standard error* parameter regresi linear berganda menggunakan metode

resampling bootstrap residual, dan tampilan histogram parameter regresi linear berganda menggunakan metode *resampling bootstrap* residual. Fungsi untuk *resampling bootstrap* residual dituliskan sebagai berikut:

BootstrapRES(x,y,p,nb,B)

dengan,

x : Data variabel Angka Partisipasi Sekolah, Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih

y : Data variabel dependen yaitu Indeks Pertumbuhan Manusia (IPM)

p : Jumlah variabel independen yaitu 2

nb : Ukuran sampel *bootstrap*

B : Perulangan untuk sampel *bootstrap*

Fungsi dijalankan berulang kali untuk mendapatkan nilai *standard error* yang terkecil

dengan mengganti variasi ukuran sampel *bootstrap* dengan perulangan yaitu nb. Pada penelitian kali ini ukuran sampel *bootstrap* atau nb yang akan digunakan adalah 35. Sedangkan untuk perulangan B terdapat 5 macam yang digunakan yaitu 1000, 2000, 3000, 4000 dan 5000.

Perbandingan hasil standard error parameter model regresi linear berganda menggunakan metode resampling bootstrap residual

Nb	35				
	B	1000	2000	3000	4000
$\hat{\beta}_0^*$	4.91641	4.84324	4.94994	5.02760	5.01929
$\hat{\beta}_1^*$	0.04646	0.04580	0.04592	0.04762	0.04707
$\hat{\beta}_2^*$	0.05226	0.05217	0.05277	0.05242	0.05219

Dari Tabel di atas terlihat bahwa pada ukuran sampel *bootstrap* 35 dengan B=2000 diperoleh *standard error* terkecil untuk setiap masing-masing koefisien regresi dibandingkan dengan variasi yang lain. Sehingga hasil estimasi terbaik untuk *resampling bootstrap* residual diperoleh pada ukuran sampel *bootstrap* 35 dengan B=2000. Dengan persamaan regresi yang diperoleh sebagai berikut :

Hasil estimasi parameter model regresi linear berganda menggunakan metode resampling bootstrap residual ukuran sampel bootstrap 35 dengan B=2000

Variabel	Koefisien Regresi ($\hat{\beta}_i^*$)	Standard error
Konstanta	35.0929115	4.84324491
Angka Partisipasi Sekolah	0.2850455	0.04579879
Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih	0.2124391	0.05217101

Indeks Pembangunan Manusia = $35.0929115 + 0.2850455$ Angka Partisipasi Sekolah + 0.2124391 Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih

Berdasarkan Tabel di atas maka dapat disimpulkan bahwa Koefisien regresi yang dihasilkan metode resampling bootstrap residual bernilai positif untuk variabel angka partisipasi sekolah dan Rumah Tangga dengan akses air bersih. Terlihat perbedaan yang signifikan pada standard error yang dihasilkan yaitu metode resampling bootstrap residual yang memiliki standard error lebih kecil terdapat pada pengulangan $B=2000$ di bandingkan yang lain.

Perbandingan Standar Error regresi linear berganda menggunakan metode kuadrat terkecil dan resampling bootstrap residual Setelah mendapatkan hasil terbaik dari metode bootstrap residual, kemudian dilakukan perbandingan dengan membandingkan standar error dari regresi linear berganda.

Perbandingan Standar Error regresi linear berganda menggunakan metode kuadrat terkecil dan metode resampling bootstrap residual

Metode Kuadrat Terkecil				
Variabel	Koefisien Regresi (β)	Standard error	t_{hitung}	$p-value$
Konstanta	35,13954	5,16590	6,802	1,09e-07
X_1	0,28574	0,04886	5,848	1,69e-06
X_3	0,21135	0,05400	3,914	0,000446

Dengan melihat Tabel di atas terdapat perbandingan nilai standar error dari metode resampling bootstrap residual dengan metode kuadrat terkecil. Metode resampling bootstrap residual memiliki standard error lebih kecil daripada metode kuadrat terkecil.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat disimpulkan sebagai berikut :

Penerapan metode resampling bootstrap residual untuk penduga parameter model regresi linear berganda pada analisis pengaruh variabel Angka Partisipasi Sekolah, Persentase Tamat SMP, Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih, Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja, Tingkat Pengangguran Terbuka terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2018 dapat disimpulkan hasil analisis sebagai berikut :

Langkah pertama yang dilakukan dari analisis regresi adalah uji signifikansi. Dari uji tersebut maka akan diperoleh bahwa secara serentak variabel independen berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen, dan secara individu ada empat variabel independen yaitu Persentase Tamat SMP, Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja, Tingkat Pengangguran Terbuka yang tidak berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen. Sehingga variabel tersebut dikeluarkan dari model. Jadi variabel yang digunakan untuk analisis selanjutnya adalah Indeks Pembangunan Manusia (y), Angka Partisipasi Sekolah (x_1), Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih (x_3).

Langkah kedua Metode resampling bootstrap residual yang dilakukan dengan variasi ukuran sampel bootstrap dan perulangan yaitu ukuran sampel bootstrap yaitu 35 dengan masing-masing B nya 1000, 2000, 3000, 4000 dan 5000. Dari hasil resampling bootstrap residual diperoleh nilai standar error terkecil dengan resampling bootstrap pada ukuran sampel bootstrap 35 dengan $B=2000$ dengan standar error koefisien regresi terkecil yakni $[\hat{\beta}_0]^* = 4.84324491$, $[\hat{\beta}_1]^* = 0.04579879$, $[\hat{\beta}_2]^* = 0.05217101$ dengan model regresinya sebagai berikut:

Indeks Pembangunan Manusia = $35.0929115 + 0.2850455$ Angka Partisipasi Sekolah + 0.2124391 Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih

6. REFERENSI

- BPS Provinsi Jawa Tengah, 2018, Berita Resmi Statistik, diakses tanggal 2 Juli 2019 pada situs <http://jateng.bps.go.id>.
- Algifari, 2010, Analisis Regresi Teori, Kasus, DAN Solusi (Edisi 2), BPFE Yogyakarta, Yogyakarta.
- Bain LJ dan Engelhart, 1992, Introduction to Probability and Mathematical Statistics, 2nd Edition, Duxbury, USA.
- Draper NR dan Smith H, 1998, Applied Regression Analysis, 3rd Edition, John Wiley & Sons, Inc: New York.
- Changcheng Wang, 2012, The Influence of Labor Market Development to Labor Relations in 21st and Measure of Labor Relation in China, China : School of Public Administration, Zhongnam University of Economics and Law, P.R.
- Dudewicz, E.J., dan Mishra, S.N, 1995, Statistika Matematika Modern, ITB: Bandung.
- Efron B, dan Tibshirani RJ, 1993, An Introduction To The Bootstrap, Chapman & Hall, Inc: New York.
- Feller W, 1957, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, volume 1, 3rd Edition, John Wiley & Sons, Inc: New York.
- Freedman DA, 1981, Bootstrapping Regression Models, The Annals of Statistics, Vol. 9, No. 6 : 1218-1228.
- Ghozali I, 2009, Aplikasi Analisis Multivariat dengan Program IBM SPSS 21, Universitas Diponegoro, Semarang.
- Ghozali I dan Ratmono D, 2013, Analisis Multivariat dan Ekonometrika Teori, Konsep dan Aplikasi dengan Eviews 8, Universitas Diponegoro, Semarang.
- Gujarati D, 2004, Basic Econometrics, 4th Edition, The McGraw-Hill Companies, Inc.: New York.
- Handayani N, 2009, Estimasi Parameter Regresi Linear Menggunakan Metode Bootstrap, Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta
- Harinaldi, 2005, Prinsip-Prinsip Statistik Untuk Teknik dan Sains, Erlangga : Jakarta
- Sholihah, Ummu, 2006, Estimasi Model Regresi dengan Metode Bootstrap, Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.
- Shao J, dan Tu D, 1995, The Jackknife and Bootstrap, Springer-Verlag, Inc., New York.
- Sahinler S dan Topuz D, 2007, Bootstrap and Jackknife Resampling Algorithm for Estimation of Regression Parameters, Journal of Applied Quantitative Method, Vol.2, No.2 : 188-199.